


Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Образовательный комплекс «Перспектива»  
города Губкина Белгородской области

<p>«Рассмотрено» Руководитель ЦМО учителей дисциплин естественно-научного цикла <i>О.А. Белоглазова</i> Белоглазова О.А. Протокол № <u>1</u> от «<u>26</u>» <u>08</u> 2022 г.</p>	<p>«Согласовано» Заместитель директора <i>В.В. Васильева</i> Васильева В. Н. от «<u>29</u>» <u>08</u> 2022 г.</p>	<p>«Рассмотрено» на педагогическом совете  Протокол № <u>1</u> от «<u>29</u>» <u>08</u> 2022 г.</p>	<p> Рыбалкина Е. Н. Протокол № <u>4</u> от «<u>30</u>» <u>08</u> 2022 г.</p>
---	---	---	---

Рабочая программа  
элективного курса «Замечательные неравенства:  
способы получения и примеры применения»

10 класс

Составители программы:

Белоглазова Ольга Александровна, учитель математики  
Карабуг Ольга Тимофеевна, учитель математики  
Ульянская Анна Николаевна, учитель математики  
Хворостянова Татьяна Ивановна, учитель математики  
Шумская Ольга Викторовна, учитель математики

Год составления 2022 г.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа составлена на основе программы С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения».

Элективный курс «Замечательные неравенства» рассчитан на 34 часов для учащихся 10 классов, которым интересна математика и ее приложения, и которым захочется глубже и основательнее познакомиться с ее методами и идеями.

Неравенства играют фундаментальную роль в большинстве разделов современной математики, без них не может обойтись ни физика, ни математическая статистика, ни экономика. Предлагаемый курс освещает намеченные, но совершенно не проработанные в общем курсе школьной математики вопросы, начиная от доказательства простейших числовых неравенств, до обоснования «замечательных» неравенств Коши-Буняковского, Чебышева и Иенсона. Навыки в использовании этих неравенств необходимы всякому ученику, желающему хорошо подготовиться к решению задач самого высокого уровня.

**Цель курса:** изучение избранных классов неравенств с переменными и научное обоснование методов их получения, а также практическое применение изученного теоретического материала.

### Задачи курса:

- рассмотреть примеры на установление истинности числовых неравенств и основные методы решения данных задач;
- рассмотреть частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение;
- рассмотреть метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств;
- познакомить учащихся с неравенством Коши для произвольного числа переменных;
- доказать неравенство Коши-Буняковского и показать его применение для решения задач;
- познакомить учащихся с неравенством Чебышева и некоторыми его обобщениями;
- дать представление о математике как общекультурной ценности на примерах применения неравенств в математической статистике, экономике, для решения некоторых классов задач оптимизационного характера без применения средств дифференциального исчисления.

Данный элективный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, использует целый ряд межпредметных связей.

## ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

В результате изучения курса учащиеся должны

- иметь ясное представление о положительных, отрицательных числах и о числе нуль, а также свойствах, связанных с операциями арифметического сложения и умножения действительных чисел;
- знать и уметь использовать понятия «не больше» и «не меньше» для действительных чисел, применять такие свойства ряда элементарных функций, как возрастание и убывание, свойства числовых неравенств;
- уметь применять переходы к сравнению дополнений до единицы и к сравнению расстояний до ближайшего целого числа, а также переход к алгебраическим выражениям;
- знать и уметь использовать для сравнения значений числовых выражений свойство монотонности степенной функции;
- знать неравенство Коши и уметь применять его для решения задач;
- владеть понятиями неравенство с переменными, решение неравенства, неравенство-следствие, система неравенств, совокупность неравенств, выполнять геометрическую интерпретацию понятий;
- применять такие методы установления истинности неравенств, как метод синтеза и метод анализа, метод «от противного» и метод использования тождеств;
- уметь доказывать неравенство Коши для трех и четырех переменных, применять неравенство Коши для обоснования неравенств с переменными;
- знать метод перебора всех вариантов и уметь применять его при доказательстве неравенств с переменными;
- иметь представление о системе аксиом Пеано; наизусть знать аксиому математической индукции;
- иметь представление о нескольких вариантах метода математической индукции и уметь их использовать при решении задач;

- знать и уметь доказывать неравенство Коши-Буняковского двумя способами (методом вспомогательной функции и с помощью тождества Лагранжа); уметь применять неравенство при решении задач;
- иметь ясное представление о методе Штурма доказательства неравенств с переменными;
- знать определение симметрической функции и симметрического неравенства; уметь использовать для доказательства неравенства его симметричность;
- знать общее определение средней величины произвольного конечного числа действительных чисел; иметь представление о применении в физике средних величин;
- знать и уметь использовать среднее арифметическое взвешенное при решении задач;
- знать и уметь доказывать теорему о соотношении между четырьмя средними в случае двух переменных;
- знать неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения, уметь применять в решении задач;
- знать и уметь использовать основные свойства линейной и квадратичной функций для обоснования и получения неравенств с переменными;
- знать неравенство треугольника и теорему косинусов и уметь использовать их для обоснования и получения неравенств.

#### *Воспитательные результаты:*

Приоритетом в этом возрасте является создание благоприятных условий для приобретения школьниками опыта осуществления социально значимых дел.

Выделение данного приоритета связано с особенностями школьников юношеского возраста: с их потребностью в жизненном самоопределении, в выборе дальнейшего жизненного пути, который открывается перед ними на пороге самостоятельной взрослой жизни. Сделать правильный выбор старшеклассникам поможет имеющийся у них реальный практический опыт, который они могут приобрести в том числе и в школе. Важно, чтобы этот опыт оказался социально значимым, так как именно он поможет гармоничному вхождению школьников во взрослую жизнь окружающего их общества. Это:

- опыт дел, направленных на заботу о своей семье, родных и близких;
- трудовой опыт, опыт участия в производственной практике;
- опыт дел, направленных на пользу своему родному городу или селу, стране в целом, опыт деятельного выражения собственной гражданской позиции;
- опыт природоохранных дел;
- опыт разрешения возникающих конфликтных ситуаций в школе, дома или на улице;
- опыт самостоятельного приобретения новых знаний, проведения научных исследований, опыт проектной деятельности;
- опыт изучения, защиты и восстановления культурного наследия человечества, опыт создания собственных произведений культуры, опыт творческого самовыражения; опыт ведения здорового образа жизни и заботы о здоровье других людей;
- опыт оказания помощи окружающим, заботы о малышах или пожилых людях, волонтерский опыт;
- опыт самопознания и самоанализа, опыт социально приемлемого самовыражения и самореализации.

## **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА**

### **1. Числовые неравенства и их свойства**

Понятие положительного и отрицательного числа, число нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Понятия «меньше», «не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства.

### **2. Основные методы установления истинности числовых неравенств с переменными.**

Сравнение двух чисел – значений числовых выражений « по определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами ( числом), метод введения вспомогательной функции, метод использования «замечательных» неравенств.

### **3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.**

Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. Неравенство-следствие. Равносильные неравенства. Равносильные задачи на доказательство или опровержение неравенств. Методы установления истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод усиления и ослабления, метод подстановки, метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод понижения степеней выражений, образующих левую и правую части неравенств.

### **4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.**

Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Примеры. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.

### **5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.**

Формулировка и обоснование теоремы, устанавливающей соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.

### **6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.**

Метод Штурма. Использование симметричности, однородности цикличности левой и правой частей неравенств. Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.

### **7. Средние степенные величины.**

Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних». Среднее арифметическое, среднее геометрическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.

### **8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.**

Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

### **9. Генераторы замечательных неравенств.**

Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств. Неравенство треугольника. Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств. Неравенство Иенсона.

### **10. Применение неравенств.**

Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.

## УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

занятия п/п	Тема занятия	Кол-во часов	Воспитательный потенциал урока	
<b>Глава 1. Замечательные неравенства.</b>				
1	Числовые неравенства и их свойства	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• установление доверительных отношений между учителем и его учениками, способствующих позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активизации их познавательной деятельности;</li> <li>• побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации;</li> <li>• привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения;</li> <li>• использование воспитательных возможностей содержания учебного предмета через демонстрацию детям примеров ответственного, гражданского поведения, проявления человеколюбия и добросердечности, через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе;</li> <li>• применение на уроке интеллектуальных игр, стимулирующих познавательную мотивацию школьников; дискуссий, которые дают учащимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; групповой работы или работы в парах, которые учат школьников командной работе и взаимодействию с другими детьми;</li> <li>• включение в урок игровых процедур, которые помогают поддержать мотивацию детей к получению знаний, налаживанию позитивных межличностных отношений в классе, помогают установлению доброжелательной атмосферы во время урока;</li> <li>• организация шефства мотивированных и эрудированных учащихся над их неуспевающими одноклассниками, дающего школьникам социально значимый опыт сотрудничества и</li> </ul>	
2-3	Основные методы установления истинности числовых неравенств или как узнать «Что больше»?	2		
4-5	Основные методы установления истинности неравенств с переменными	2		
6-7	Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение	2		
8-9	Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств	2		
10	Неравенство Коши для произвольного числа переменных	1		
11-12	Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач	2		
13	Неравенства подсказывают методы их обоснования	1		
<b>Глава 2. Средние величины и соотношения между ними.</b>				
14	Средние степенные величины	6		
15	Средние степенные величины			
16	Средние степенные величины			
17	Средние степенные величины			
18	Средние степенные величины			
19	Средние степенные величины			
20-21	Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения Решение задач на применение обобщений неравенства Чебышева	2		
22-32	Генераторы замечательных неравенств Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными Неравенства геометрического происхождения Неравенства геометрического происхождения Неравенства геометрического происхождения Решение задач на применение замечательных неравенств	10		

	Урок заслушивания докладов учащихся		взаимной помощи;
33-34	Применение неравенств. Неравенства в финансовой математике	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• инициирование и поддержка исследовательской деятельности школьников в рамках реализации ими индивидуальных и групповых исследовательских проектов, что даст школьникам возможность приобрести навык самостоятельного решения теоретической проблемы, навык генерирования и оформления собственных идей, навык уважительного отношения к чужим идеям, оформленным в работах других исследователей, навык публичного выступления перед аудиторией, аргументирования и отстаивания своей точки зрения.</li> </ul>
	Решение задач на максимум и минимум с помощью замечательных неравенств		
	Замечательные неравенства в задачах математических олимпиад школьников		
	Всего	34	

### УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 классы. Элективные курсы. Учебное пособие для профильных классов общеобразовательных учреждений.- М.: Дрофа, 2005
2. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 классы. Методические рекомендации.- М.: Дрофа, 2005
3. Элективные курсы в профильном обучении под редакцией А.Г.Каспржака. Образовательная область «Математика». Министерство образования РФ.- Национальный фонд подготовки кадров.- М.:Вита-Пресс, 2004
4. Единый государственный экзамен 2020. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся/ФИПИ –М.: Интеллект – Центр, 2020.
5. ЕГЭ 2018. Математика. Типовые тестовые задания / под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко. – М.: Издательство «Экзамен», 2020.
  6. Математика. ЕГЭ: сборник заданий: методическое пособие для подготовки к экзамену / Ю.А. Глазков, Т.А. Корешкова, В.В.Мирошин, Н.В.Ш – М.: Издательство «Экзамен», 2020.